4. Soit d(x) = f (x) – g (x) = $(1-x^2)$ qui est du signe de $1-x^2$, donc positive sur [−1 ; 1], négative ailleurs. Conclusion :

- Sur [−1 ; 1], f (x) ≥ g (x), donc C_f est au dessus de C_g ;
- Sur]−∞; −1[C_f est au-dessous de C_g .

Partie B

1.G étant dérivable donc continue, G est la primitive de la fonction g qui s'annule en 0.

2. Pour x > 0, G(x) représente en unités d'aire, l'aire de la surface limitée par l'axe des abscisses, la courbe Cg et les droites d'équations, X = 0 et X = x.

3-On a par définition G'(x) = g (x) et d'après la question 3 de la partie A,2-) g (x) ≥ 0 sur IR. La fonction G est donc croissante sur IR.

4. a)Les fonctions t et t étant dérivables, on peut intégrer G(x) par parties en posant :

$$\begin{cases} u(t) = \dfrac{-1}{2}t \ ; u'(t) = \dfrac{-1}{2} \\ v'(t) = -2te^{-t^2} \ et \ v(t) = e^{-t^2} \end{cases}$$

Donc $G(x) = \left[\frac{-1}{2}te^{-t^2}\right]_0^x + \frac{1}{2}\int_0^x e^{-t^2}dt = \frac{1}{2}[F(x) - xe^{-x^2}]$

b)F est croissante $F(x) = F(1) + \int_1^x f(t)dt$ or si x ≥ 1 alors :

$-t^2 \leq -t$ donc

$$\int_1^x f(t)dt \leq \int_1^x e^{-t}dt \leq \frac{1}{e}$$

par suite F est continue, croissante et majorée donc elle admet une limite finie en +∞

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn